Linguagens Formais e Autômatos

Prova 2 — 30/06/2008
Prof. Marcus Vinícius Midena Ramos
Engenharia de Computação — UNIVASF

1. (0.8 ponto) Conceitue:

   (a) (0.4 ponto) Gramática ambígua;

   É aquela que gera pelo menos uma sentença que possui duas ou mais seqüências de derivações mais à esquerda ou mais à direita, ou ainda mais de uma árvore de derivação distinta.

   (b) (0.4 ponto) Linguagem inerentemente ambígua.

   Linguagem que pode ser representada apenas por gramáticas ambíguas.

2. (1.5 pontos) Considere a linguagem $(a \mid bb)^i(c \mid dd)^i, i \geq 1$.

   (a) (1.0 ponto) Prove que ela não é regular;

   Seja $w = a^n c^n$, com $\mid w \mid = 2n$. Como $\mid xy \mid \leq n$, então y é composta apenas por símbolos a (pelo menos um). Portanto, a cadeia xz não pode pertencer a linguagem, pois ela possui uma quantidade de símbolos a que é inferior à quantidade de símbolos c.

   (b) (0.5 ponto) Prove que ela é livre de contexto.

   A seguinte gramática livre de contexto gera essa linguagem:

   $S \rightarrow XSY \mid ac \mid add \mid bbc \mid bddd, X \rightarrow a \mid bb, Y \rightarrow c \mid dd$

3. (0.5 ponto) Seja $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, F)$. Quantas — e quais — cadeias devem ser testadas em M para determinar se $L(M) \neq \varnothing$? Justifique a sua resposta.

   Deve-se testar com no máximo: $\sum_{i=0}^{2} 2^i = 7$ cadeias distintas. Elas são $\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb$.

4. (1.5 pontos) Considere a linguagem $a^i(b^i c^* \mid b^* c^i \mid d^*), i \geq 1)$ e obtenha:

(a) (0.5 ponto) Uma gramática livre de contexto que gere essa linguagem;

$S \to aXbC \mid aYc \mid aAD, X \to aXb \mid \epsilon, C \to cC \mid \epsilon, Y \to aYc \mid B, B \to bB \mid \epsilon, A \to aA \mid \epsilon, D \to dD \mid \epsilon$

(b) (1.0 ponto) Um autômato de pilha que reconheça essa linguagem.

$$
\begin{array}{rcl}
\delta(q_0, \epsilon, S) & = & (q_0, aXbC) \\
\delta(q_0, \epsilon, S) & = & (q_0, aYc) \\
\delta(q_0, \epsilon, S) & = & (q_0, aAD) \\
\delta(q_0, \epsilon, X) & = & (q_0, aXb) \\
\delta(q_0, \epsilon, X) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, \epsilon, C) & = & (q_0, cC) \\
\delta(q_0, \epsilon, C) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, \epsilon, Y) & = & (q_0, aYc) \\
\delta(q_0, \epsilon, Y) & = & (q_0, B) \\
\delta(q_0, \epsilon, B) & = & (q_0, bB) \\
\delta(q_0, \epsilon, B) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, \epsilon, A) & = & (q_0, aA) \\
\delta(q_0, \epsilon, A) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, \epsilon, D) & = & (q_0, dD) \\
\delta(q_0, \epsilon, D) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, a, a) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, b, b) & = & (q_0, \epsilon) \\
\delta(q_0, c, c) & = & (q_0, \epsilon)
\end{array}
$$

5. (1.0 ponto) Conceitue e dê exemplos (em gramáticas livres de contexto):

   (a) (0.5 ponto) Símbolo inútil;

   Símbolo que não gera nenhuma cadeia de Σ^*. Por exemplo, o símbolo S na gramática $S \to aS$.

   (b) (0.5 ponto) Símbolo inacessível.

   Símbolo que não aparece em nenhuma forma sentencial gerada desde a raiz da gramática. Por exemplo, o símbolo X na gramática $S \to a, X \to b$.

6. (2.0 pontos) Responda, justificando as suas respostas:

   (a) (0.5 ponto) A linguagem a^*b é livre de contexto?
   Sim, pois é gerada pela gramática livre de contexto $S \rightarrow aS \mid b$.

   (b) (0.5 ponto) A linguagem $a^i b^{i+3}, i \geq 1$, é sensível ao contexto?
   Sim, pois é gerada pela gramática sensível ao contexto $S \rightarrow aSb, S \rightarrow abbbb$.

   (c) (0.5 ponto) A linguagem $a^i b^{i+1} c^{i+2} d^{i+3}, i \geq 1$, é regular?
   Não. Basta tomar a cadeia $w = a^n b^{n+1} c^{n+2} d^{n+3}$, *que possui comprimento maior ou igual a* n, *e verificar que* xy *é composta apenas por símbolos* a *(pelo menos um). Logo, a cadeia* xz *não pode pertencer à linguagem e* L *não é regular.*

   (d) (0.5 ponto) A linguagem $a^i b^j$ tal que i não é múltiplo de 3 e j não é múltiplo de 5 é regular?
   Sim. Basta considerar que essa linguagem pode ser obtida pela concatenação do complemento de duas outras linguagens regulares — $(aaa)^*$, *múltiplo de 3 e* $(bbbbb)^*$, *múltiplo de 5. Como as linguagens regulares são fechadas em relação às operações de complemento e concatenação, também essa é regular.*

7. (1.2 ponto) Considere $G = (\{S, X, Y, Z, a, b\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow XY \mid b, X \rightarrow ZS, Z \rightarrow a, Y \rightarrow a\}, S)$ e a cadeia $w = a^4ba^4 \in L(G)$.

   (a) (0.4 ponto) Construa uma árvore de derivação para a cadeia w;

   (b) (0.4 ponto) Mostre uma subdivisão da cadeia $w = uvwxy$ que satisfaça aos critérios do "Pumping Lemma" para as linguagens livres de contexto;

   (c) (0.4 ponto) Mostre como a árvore de derivação do item (7a) pode ser modificada para provar que as sentenças uv^0wx^0y e uv^2wx^2y também pertencem a $L(G)$.

8. (1.5 ponto) Considere os casos abaixo e responda às perguntas, justificando as suas respostas:

   (a) (0.3 ponto) Se L é recursiva e $w \in L$, existe alguma Máquina de Turing M que sempre pára com a entrada w?
   Sim, pela definição de linguagem recursiva.

   (b) (0.3 ponto) Se L é recursiva e $w \notin L$, existe alguma Máquina de Turing M que sempre pára com a entrada w?
   Sim, pela definição de linguagem recursiva.

(c) (0.3 ponto) Se L é recursivamente enumerável e $w \in L$, existe alguma Máquina de Turing M que sempre pára com a entrada w?

Sim, pela definição de linguagem recursivamente enumerável.

(d) (0.3 ponto) Se L é recursivamente enumerável e $w \notin L$, existe alguma Máquina de Turing M que sempre pára com a entrada w?

Depende. Se L é recursiva, então existe. Senão, não existe.

(e) (0.3 ponto) Se L é recursivamente enumerável e não-recursiva, existe alguma Máquina de Turing M que sempre pára com a entrada w, independentemente de w pertencer ou não a L?

Não, em decorrência das definições de linguagem recursiva e recursivamente enumerável.